



## Biegebemessung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG)

Es wird ein Bemessungsverfahren im GRZ der Gebrauchstauglichkeit (GZG) vorgestellt, das realistischer Weise von gerissenen Querschnitten ausgeht und die Unverträglichkeiten mit dem GRZ der Tragfähigkeit (GZT) an den Nachweisgrenzen der DIN 1045-1 vermeidet. Für die Anwendung werden Bemessungstabellen angegeben und praktische Beispiele erläutert.

### 1. Einleitung

Die neue DIN 1045-1 stellt gegenüber der DIN 1045(88) wesentlich höhere Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit von Stahlbetonkonstruktionen. Neben der Begrenzung der Rissbreiten sind nach 13.1.1 Nachweise zur Mindestbewehrung und unter bestimmten Bedingungen nach 11.1 Spannungsnachweise zu führen.

Im Gegensatz zum GZT sind in DIN 1045-1 jedoch für diese Nachweise keine vollständigen Bemessungsgrundlagen angegeben. Es fehlen u.a. Aussagen über mögliche Dehnungsverteilungen. Nach DIN 1045-1 11.1.1 (3) können diese Nachweise im „üblichen Hochbau“ entfallen, wenn u.a. die Schnittgrößen nach der Elastizitätstheorie ermittelt und im GZT nicht mehr als 15% umgelagert werden. Begründet wird dies in [2] damit, dass diese Nachweise dann nicht maßgebend sind und in [3] wird ausgeführt, dass diese Nachweise nicht erforderlich sind, solange der baupraktische Erfahrungsbereich mit Bauteilen, die nach DIN 1045(88) bemessen wurden ( max. 15% Umlagerung ), nicht verlassen wird. Im EC2 werden entsprechende Nachweise ohne Einschränkung auf „üblichen Hochbau“ sogar bis zu einer Umlagerung von 30% als erfüllt angesehen. Folglich müssen die Bemessungsergebnisse im GZT und GZG an dieser Nachweisgrenze annähernd übereinstimmen.

In der Praxis ist es in der Regel sinnvoller, die für die Einhaltung der Spannungen erforderliche Bewehrung zu ermitteln, statt einen Spannungsnachweis zu führen. In [3] schlagen Zilch/Rogge hierfür ein Bemessungsverfahren vor, das sowohl im ungerissenen als auch im gerissenen Zustand lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen voraussetzt. An der Nachweisgrenze führt dieses Verfahren jedoch zu völlig unrealistischen Ergebnissprüngen zwischen GZG und GZT, d.h. die Annahmen sind entweder zu vorsichtig oder die Nachweisgrenze ist nicht zutreffend.

In diesem Beitrag wird ein Bemessungsverfahren vorgestellt, das von nicht linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und Dehnungsverteilungen ausgeht, die den einzuhaltenden Spannungen nach DIN 1045-1 entsprechen und damit die erwähnte Unverträglichkeit an den Nachweisgrenzen vermeiden.

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Beton

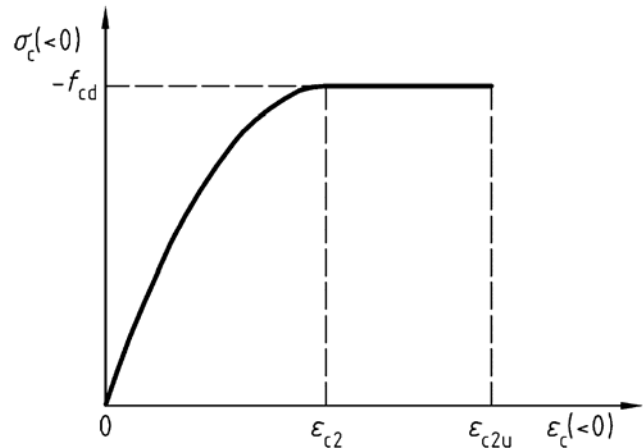


Bild 1: Spannungsdehnungslineie Beton nach DIN 1045-1 Bild 23

Nach DIN 1045-1 9.1.6 ist für Querschnittsbemessungen Bild 1 zu verwenden. Die Spannungs-Dehnungs-Linie wird durch die Gleichungen (1) und (2) beschrieben:

$$\sigma_c = -f_{cd} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad 0 \geq \epsilon_c \geq \epsilon_{c2} \quad (1)$$

$$\sigma_c = -f_{cd} \quad \epsilon_{c2} \geq \epsilon_c \geq \epsilon_{c2u} \quad (2)$$

Es ist jedoch zu untersuchen, von welchem Bemessungswert  $f_{cd}$  bzw. welcher Grenzdehnung  $\epsilon_{c2}$  oder anders gesagt von welchem Elastizitätsmodul  $E_{cm,eff}$  auszugehen ist. Diese Werte werden in DIN 1045-1 nicht definiert. Für die „formale Einfachheit“ der Bemessung im GZG sollten sie jedoch vereinheitlicht werden.

Mit einem mittleren Teilsicherheitsbeiwert von 1.40 beträgt die Größenordnung des Bemessungswertes bei der seltenen Kombination im GZG ca. 72% des Bemessungswertes im GZT. Wird im GZT 15% umgelagert, so erhöht sich dieser Anteil auf ca. 84%. Unter Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_c$  von 1.50 beträgt er immer noch ca. 56%. Bei einer Umlagerung von 30% wird der Anteil noch höher.

In [3] S. 283 wird ausgeführt, dass sich die hochbeanspruchten Randfasern in Biegebauteilen durch nicht lineares Kriechen der Belastung teilweise entziehen und die Druckspannungen in weiter innenliegende Bereiche umlagern, die Betondruckzone völliger wird und die Randspannungen nicht die mit linear-elastischem Betonverhalten berechneten Werte erreichen. Daraus abgeleitet wird der Vorschlag, die Spannungsgrenze von  $0.45 f_{ck}$  auf  $0.55 f_{ck}$  zu erhöhen.



# VOGELSANG

Hinzu kommt, dass z.B. bei Beton C 20/25 die Grenzspannung  $0.55 f_{ck}$  ( $\sim 0.4 f_{cm}$ ) zumindest an der Grenze zum nichtlinearen Betonverhalten gemäß DIN 1045-1 Bild 22 liegt und bei höheren Betonfestigkeitsklassen oder höheren Grenzspannungen deutlich darüber.

Es wird deshalb vorgeschlagen, auch im GZG das Parabelrechteckdiagramm zu verwenden.

Für die Betondruckspannungsnachweise ist der Zeitpunkt Nutzungsbeginn und für die Stahlspannungsnachweise der Zeitpunkt unendlich maßgebend.

Bevor ein Bauteil durch die quasiständige bzw. seltene Bemessungssituation im GZG beansprucht wird, hat es bereits teilweise durch die Rohbauphase und die gesamte Ausbauphase in der Regel eine mehrwöchige bzw. mehrmonatige Belastungsvorgeschichte hinter sich. In diesem Zeitraum hat schon ein nennenswertes „Kriechen und Schwinden“ stattgefunden.

Bei einem Modellfall  $t_0 = 30$  Tage und  $t = 60$  Tage für einen Betonquerschnitt mit  $h_0 = 150$  cm erreicht die Kriechzahl  $\varphi(t, t_0)$  bei einer relativen Luftfeuchtigkeit zwischen  $RH=50\%$  und  $RH=80\%$  bei Beton C 20/25 eine Größenordnung von 1.40 bis 0.90 bzw. von 0.70 bis 0.50 bei Beton C 50/60.

Zur Berücksichtigung eines Verhältnisses der ständigen zu den gesamten Einwirkungen von 70% sowie einer Streuung des Kriechfaktors von 30% sollte diese Kriechzahl halbiert werden ( $0.7 \times 0.7 \sim 0.50$ ). Bei Annahme der unteren Werte ergibt sich daraus mit (3) :

$$E_{cm, eff} = E_{cm} \cdot \frac{1.1}{1.1 + 0.5 \cdot \varphi(t, t_0)} \quad (3)$$

für C 20/25 :

$$E_{cm, eff} = 24900 \times 1.1 / (1.1 + 0.90/2) = 17670 \text{ N/mm}^2$$

und für C 50/60 :

$$E_{cm, eff} = 34300 \times 1.1 / (1.1 + 0.50/2) = 27950 \text{ N/mm}^2$$

Ein mittlerer Wert für die Betongrenzdehnung  $\epsilon_{c2}$  läßt sich durch Streckung des Wertes  $\epsilon_{c1}$  aus DIN 1045-1 Tabelle 9 mit dem Faktor  $1 + 0.5 \varphi(t, t_0)$  bestimmen. Damit ergibt sich für :

$$\text{C 20/25} \quad \epsilon_{c2} = (1 + 0.90/2) \times -2.1 = -3.05 \text{ ‰}$$

$$\text{C 50/60} \quad \epsilon_{c2} = (1 + 0.50/2) \times -2.6 = -3.25 \text{ ‰}$$

Als Mittelwert für die Nachweise der Betondruckspannungen wird  $\epsilon_{c2} = -3.10 \text{ ‰}$  und  $\epsilon_{c2u} = -4.80 \text{ ‰}$  vorgeschlagen.

Da der Nachweis der Stahlspannungen, wie auch in [3] ausgeführt, mit einem einheitlichen Verhältnis der Elastizitätsmoduli Stahl und Beton von 15 geführt werden kann, wird hierfür die Grenzdehnung konstant mit  $\epsilon_{c2} = -6.00 \text{ ‰}$  und  $\epsilon_{c2u} = -8.0 \text{ ‰}$  vorgeschlagen.

Der Bemessungswert  $f_{cd}$  wird in Würdigung der in [3] erwähnten Spannungumlagerungen (0.45/0.55) und unter Berücksichtigung der nach Bild 22 DIN 1045-1 in Wirklichkeit über die Grenzdehnung hinaus abfallenden Betondruckspannungen mit

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm} \quad (4)$$

vorgeschlagen.

Der Nachweis der Mindestbewehrung nach DIN 1045-1 13.1.1 ist zum Zeitpunkt der Erstrissbildung zu führen.

Auch hier kann mit (4) gerechnet werden, da mit wachsendem  $f_{cd}$  der innere Hebelarm größer wird und damit die Ergebnisse auf der sicheren Seite liegen.

Sind Nachweise nach DIN 1045-1 11.1.2 zu führen, so ist die Betondruckspannung unter der seltenen Einwirkungskombination auf  $0.60 f_{ck}$  bzw. unter der quasiständigen Einwirkungskombination auf  $0.45 f_{ck}$  zu begrenzen. In [3] weisen Zilch/Rogge daraufhin, dass die Spannungsgrenze von  $0.45 f_{ck}$  von zentrisch belasteten Druckgliedern abgeleitet wurde und bei rein biegebeanspruchten Bauteilen weit auf der sicheren Seite liegt. Sie schlagen auf der Basis eines Forschungsvorhabens von Zilch/Fritsche für diese Bauteile eine Spannungsgrenze von  $0.55 f_{ck}$  vor.

Die Bemessungsaufgabe besteht nun darin, für die verschiedenen Betonfestigkeitsklassen mit Umformung von (1) die den einzuhaltenden Betondruckspannungen zugehörigen Betondehnungen zu ermitteln. Diese stellen für die Nachweise die Grenzdehnungen  $\epsilon_{clim}$  dar.

Tabelle 2.1 zeigt die mit (5) für die verschiedenen Betonfestigkeitsklassen und Spannungsgrenzen ermittelten Grenzdehnungen.

$$\epsilon_c = -3.1 + 3.1 \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_c}{f_{cd}}} \quad (5)$$

Beton	$\epsilon_{clim} (\text{‰})$		
	0.45 $f_{ck}$	0.55 $f_{ck}$	0.60 $f_{ck}$
<b>C 20/25</b>	-0.68	-0.86	-0.96
<b>C 25/30</b>	-0.73	-0.93	-1.03
<b>C 30/37</b>	-0.77	-0.97	-1.09
<b>C 35/45</b>	-0.79	-1.01	-1.13
<b>C 40/50</b>	-0.82	-1.04	-1.16
<b>C 45/55</b>	-0.84	-1.07	-1.19
<b>C 50/60</b>	-0.85	-1.09	-1.22

Tabelle 2.1: Betondehnungen zu den Grenzspannungen nach DIN 1045-1 11.1.2



## 2.2 Betonstahl

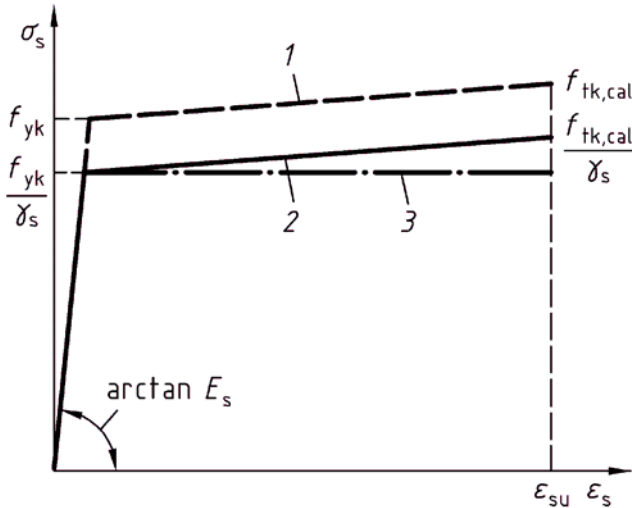


Bild 2: Spannungsdehnungslinie Stahl nach DIN 1045-1 Bild 27

Nach DIN 1045-1 ist für die Bemessung Bild 2 zu verwenden.

Der Elastizitätsmodul wird mit  $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$  konstant angesetzt. Die Streckgrenze beträgt für alle Stahlsorten  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ .

Da im „Gebrauchszustand“ die Streckgrenze  $f_{yk}$  voll ausgenutzt werden darf, kann Linie 1 zugrundegelegt werden.

Daraus ergeben sich folgende Stahldehnungen :

bei  $1.00 f_{yk}$  :  $\epsilon_s = 2.5 \text{ ‰}$

bei  $0.80 f_{yk}$  :  $\epsilon_s = 2.0 \text{ ‰}$

## 2.3 Dehnungsverteilung

Ein Betonquerschnitt ist bei den oben angegebenen Stahldehnungen voll gerissen und weist ein „abgeschlossenes Rissbild“ auf. Aus diesem Grunde können im GZG die in Bild 3 angegebenen Dehnungsverteilungen in Anlehnung an DIN 1045-1 Bild 30 angenommen werden.

Die Stahldehnungen werden bei  $\epsilon_s = 2.50 \text{ ‰}$  ( $\sigma_s = f_{yk}$ ) bzw.  $\epsilon_s = 2.0 \text{ ‰}$  ( $\sigma_s = 0.8 f_{yk}$ ) festgehalten und die Betondehnung  $\epsilon_c$  je nach der einzuhaltenden Betondruckspannung bis zur Nachweisgrenze gesteigert. An dieser Grenze wird dann die Betondruckzone festgehalten und darüber hinaus mit Druckbewehrung gearbeitet. Alternativ kann an dieser Grenze auch die Stahldehnung reduziert werden.

Bild 3 zeigt beispielhaft die Verteilungen für die Betongüten C 16/20 bis C 50/60.

Mit diesen Grundlagen können die nachfolgend vorgestellten Bemessungstabellen aufgestellt werden.

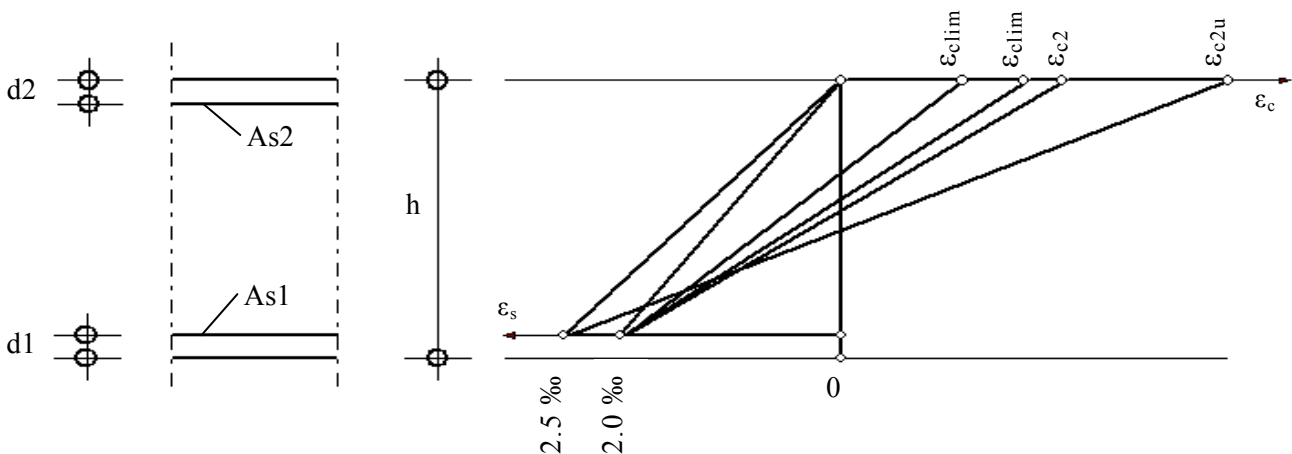


Bild 3: mögliche Dehnungsverteilungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

## 3. Bemessungstabellen

Die Bemessungstabellen mit dimensionslosen Beiwerten sind anwendbar für Rechteckquerschnitte mit überwiegender Biegebeanspruchung im GZG. Form, Ausgangswerte und Bezugsgröße entsprechen den aus [3] bekannten Bemessungstabellen für den GZT.

Sie gelten für die normalerweise vorkommenden Betonfestigkeitsklassen C 16/20 – C 50/60.

Zu beachten ist hierbei, dass der Bemessungswert  $f_{cd}$  nach (4) und je nach geführtem Nachweis ggfs. die Grenzdehnung nach Tab. 2.1 bestimmt werden müssen.

Die Tabellen 3.1, 3.2 und 3.3.0 behandeln den Fall, dass nur die Stahlspannung  $\sigma_s$  auf  $f_{yk}$  ( $\epsilon_s = 2.5 \text{ ‰}$ ) bzw. auf  $0.80 f_{yk}$  ( $\epsilon_s = 2.0 \text{ ‰}$ ) zu begrenzen ist, die Betondehnung



## VOGELSONG

jedoch bis  $\epsilon_{c2u}$  ausgenutzt werden darf. Dies gilt bei alleiniger Begrenzung der Stahlspannung.

Da die Einhaltung von Betondruckspannungen in der Regel mit der Begrenzung der Stahlspannung auf  $0.80 f_{yk}$  zusammenfällt, wird in den weiteren Tabellen  $\sigma_s$  auf  $0.80 f_{yk}$  ( $\epsilon_s = 2.0 \text{ ‰}$ ) festgehalten. Diese werden aufgestellt für die Grenzdehnungen  $\epsilon_{clim}$  von  $-0.85/-0.95/-1.0/-1.1$  und  $-1.2 \text{ ‰}$ . Mit diesem Raster sind die in Tabelle 2.1 zusammengestellten Grenzdehnungen mit ausreichender Genauigkeit abgebildet, so dass hierüber die für den zu führenden Nachweis maßgebende Tabelle bestimmt werden kann.

Die daraus resultierende Druckzonenhöhe stellt die Grenze  $\xi_{lim}$  dar. Darüber hinaus wird Druckbewehrung angeordnet. Da die Druckbewehrung und die zugehörige Zusatzbewehrung auf der Zugseite von dem Randabstand  $d_2$  abhängen, sind in den Tabellen die mechanischen Bewehrungsgrade  $\omega_1$  und  $\omega_2$  für unterschiedliche Verhältnisse  $d_2/d$  angegeben. Beide Bewehrungsgrade beziehen sich auf die Bezugsbasis  $0.80 f_{yk}$ . Übersteigt die Druckbewehrung die Zugbewehrung erheblich, wird die Tabelle beendet.

Je nach dem beabsichtigten Verhältnis von Zug- und Druckbewehrung sind auch die anderen Tabellen anwendbar, bei den Betondruckspannungsnachweisen jedoch nur die Tabellen mit einer betragsmäßig kleineren Grenzdehnung als in Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Mit den Bezeichnungen von Bild 4 gilt :

$$M_{Eds} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot \left( \frac{h}{2} - d_1 \right)$$

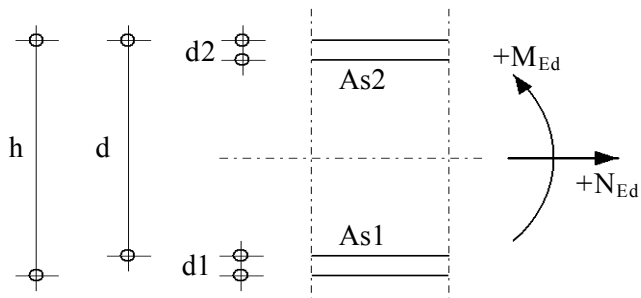


Bild 4: Bemessungsquerschnitt



VOGELSSANG

**Tabelle 3.1 Rechteckquerschnitt  $\sigma_{s1} = f_{yk}$**

**( C 16/20 – C 50/60 )**

$$\varepsilon_{s1} = 2.50\text{‰} \quad \varepsilon_{c2} = 3.10\text{‰}$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{f_{yk}}$$

$\mu_{Eds}$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	$\varepsilon_c$	$\omega_1$
0.01	0.108	0.963	-0.305	0.0104
0.02	0.152	0.948	-0.450	0.0211
0.03	0.185	0.937	-0.569	0.0320
0.04	0.213	0.927	-0.676	0.0431
0.05	0.236	0.919	-0.776	0.0544
0.06	0.258	0.911	-0.871	0.0658
0.07	0.277	0.904	-0.962	0.0774
0.08	0.296	0.898	-1.051	0.0891
0.09	0.312	0.892	-1.138	0.1009
0.10	0.328	0.886	-1.225	0.1128
0.11	0.343	0.880	-1.310	0.1249
0.12	0.358	0.875	-1.395	0.1371
0.13	0.371	0.870	-1.480	0.1494
0.14	0.385	0.865	-1.566	0.1618
0.15	0.397	0.860	-1.651	0.1744
0.16	0.410	0.855	-1.738	0.1870
0.17	0.422	0.850	-1.826	0.1998
0.18	0.433	0.846	-1.914	0.2128
0.19	0.445	0.841	-2.005	0.2258

$\mu_{Eds}$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	$\varepsilon_c$	$\omega_1$
0.20	0.456	0.836	-2.096	0.2390
0.21	0.467	0.832	-2.190	0.2523
0.22	0.477	0.827	-2.286	0.2658
0.23	0.488	0.823	-2.385	0.2794
0.24	0.498	0.818	-2.487	0.2932
0.25	0.509	0.813	-2.593	0.3072
0.26	0.519	0.809	-2.703	0.3214
0.27	0.529	0.804	-2.818	0.3358
0.28	0.540	0.799	-2.939	0.3504
0.29	0.550	0.793	-3.067	0.3654
0.30	0.561	0.788	-3.204	0.3807
0.31	0.572	0.782	-3.352	0.3963
0.32	0.584	0.775	-3.513	0.4124
0.33	0.595	0.769	-3.687	0.4290
0.34	0.608	0.762	-3.878	0.4460
0.35	0.620	0.754	-4.087	0.4636
0.36	0.633	0.747	-4.318	0.4818
0.37	0.646	0.739	-4.575	0.5007
0.38	0.663	0.729	-4.800	0.5206



# VOGELSONG

**Tabelle 3.2 Rechteckquerschnitt  $\sigma_{s1} = 0.80 f_{yk}$  ( C 16/20 – C 50/60 )**

$$\varepsilon_{s1} = 2.00\text{‰} \quad \varepsilon_{c2} = 6.00\text{‰}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$\mu_{Eds}$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	$\varepsilon_c$	$\omega_1$
0.01	0.164	0.944	-0.394	0.0106
0.02	0.227	0.923	-0.589	0.0217
0.03	0.274	0.907	-0.755	0.0331
0.04	0.311	0.894	-0.906	0.0447
0.05	0.343	0.883	-1.048	0.0566
0.06	0.372	0.873	-1.185	0.0687
0.07	0.397	0.864	-1.318	0.0809
0.08	0.420	0.856	-1.449	0.0934
0.09	0.441	0.849	-1.579	0.1060
0.10	0.460	0.842	-1.708	0.1187
0.11	0.478	0.835	-1.836	0.1316
0.12	0.495	0.829	-1.965	0.1446
0.13	0.511	0.823	-2.094	0.1578
0.14	0.526	0.818	-2.224	0.1711
0.15	0.540	0.812	-2.355	0.1845
0.16	0.554	0.807	-2.487	0.1981
0.17	0.567	0.802	-2.621	0.2117
0.18	0.579	0.798	-2.757	0.2255
0.19	0.591	0.793	-2.895	0.2395

$\mu_{Eds}$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	$\varepsilon_c$	$\omega_1$
0.20	0.602	0.788	-3.035	0.2535
0.21	0.613	0.784	-3.178	0.2677
0.22	0.624	0.780	-3.323	0.2820
0.23	0.634	0.775	-3.473	0.2965
0.24	0.644	0.771	-3.625	0.3110
0.25	0.654	0.767	-3.782	0.3258
0.26	0.663	0.763	-3.944	0.3406
0.27	0.672	0.759	-4.110	0.3557
0.28	0.681	0.755	-4.283	0.3708
0.29	0.690	0.750	-4.462	0.3862
0.30	0.699	0.746	-4.648	0.4018
0.31	0.707	0.742	-4.843	0.4176
0.32	0.716	0.737	-5.048	0.4336
0.33	0.724	0.733	-5.264	0.4499
0.34	0.733	0.728	-5.496	0.4666
0.35	0.741	0.723	-5.745	0.4836
0.36	0.750	0.718	-6.017	0.5011
0.37	0.759	0.712	-6.320	0.5193
0.38	0.769	0.706	-6.660	0.5381



VOGELSONG

**Tabelle 3.3.0 Rechteckquerschnitt  $\sigma_{s1} = 0.80 f_{yk}$  ( C 16/20 – C 50/60 )**

$$\varepsilon_{s1} = 2.00\text{‰} \quad \varepsilon_{c2} = 3.10\text{‰}$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$\mu_{Eds}$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	$\varepsilon_c$	$\omega_1$
0.01	0.120	0.959	-0.275	0.0104
0.02	0.168	0.943	-0.406	0.0212
0.03	0.205	0.930	-0.515	0.0322
0.04	0.234	0.920	-0.614	0.0435
0.05	0.260	0.911	-0.705	0.0549
0.06	0.283	0.903	-0.792	0.0664
0.07	0.304	0.895	-0.877	0.0781
0.08	0.324	0.888	-0.959	0.0900
0.09	0.342	0.882	-1.040	0.1020
0.10	0.359	0.876	-1.120	0.1141
0.11	0.374	0.870	-1.199	0.1264
0.12	0.389	0.864	-1.278	0.1388
0.13	0.404	0.859	-1.357	0.1513
0.14	0.418	0.854	-1.437	0.1639
0.15	0.431	0.849	-1.516	0.1766
0.16	0.444	0.844	-1.597	0.1895
0.17	0.456	0.839	-1.678	0.2025
0.18	0.468	0.834	-1.760	0.2156
0.19	0.479	0.830	-1.844	0.2289

$\mu_{Eds}$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	$\varepsilon_c$	$\omega_1$
0.20	0.491	0.825	-1.929	0.2422
0.21	0.502	0.821	-2.016	0.2558
0.22	0.512	0.816	-2.105	0.2694
0.23	0.523	0.812	-2.196	0.2832
0.24	0.533	0.807	-2.289	0.2972
0.25	0.544	0.803	-2.386	0.3113
0.26	0.554	0.798	-2.486	0.3256
0.27	0.564	0.793	-2.589	0.3402
0.28	0.574	0.788	-2.698	0.3549
0.29	0.584	0.784	-2.812	0.3699
0.30	0.594	0.778	-2.932	0.3851
0.31	0.607	0.775	-3.022	0.3999
0.32	0.615	0.767	-3.200	0.4167
0.33	0.626	0.761	-3.350	0.4331
0.34	0.637	0.755	-3.515	0.4500
0.35	0.648	0.748	-3.696	0.4675
0.36	0.660	0.741	-3.896	0.4856
0.37	0.673	0.733	-4.118	0.5043
0.38	0.685	0.725	-4.369	0.5237



VOGELSONG

<b>Tabelle 3.3.1</b>	<b>Rechteckquerschnitt</b>	$\sigma_{s1} = 0.80 f_{yk}$	<b>( C 16/20 – C 50/60 )</b>
$\epsilon_{clim} = -0.85 ‰$	$\xi_{lim} = 0.298$	$\zeta = 0.897$	

$$\epsilon_{s1} = 2.00 ‰$$

$$\epsilon_{c2} = 3.10 ‰$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$$A_{s2} = \frac{\omega_2 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$\mu_{Eds}$	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$
0.07	0.0777	0.0100	0.0779	0.0130	0.0781	0.0180	0.0784	0.0290
0.08	0.0883	0.0390	0.0890	0.0520	0.0899	0.0740	0.0909	0.1180
0.09	0.0988	0.0690	0.1002	0.0920	0.1017	0.1300	0.1034	0.2080
0.10	0.1093	0.0990	0.1113	0.1310	0.1134	0.1850	0.1159	0.2970
0.11	0.1198	0.1290	0.1224	0.1700	0.1252	0.2410	0.1284	0.3860
0.12	0.1304	0.1590	0.1335	0.2100	0.1370	0.2970	0.1409	0.4760
0.13	0.1409	0.1880	0.1446	0.2490	0.1487	0.3520	0.1534	0.5650
0.14	0.1514	0.2180	0.1557	0.2880	0.1605	0.4080	0.1659	0.6540
0.15	0.1620	0.2480	0.1668	0.3280	0.1723	0.4640	0.1784	0.7430
0.16	0.1725	0.2780	0.1779	0.3670	0.1840	0.5190	0.1909	0.8330
0.17	0.1830	0.3070	0.1890	0.4060	0.1958	0.5750	0.2034	0.9220
0.18	0.1935	0.3370	0.2002	0.4460	0.2076	0.6310	0.2159	1.0110
kleinere $\mu_{Eds}$ nach Tabelle 3.3.0 ohne Druckbewehrung								





VOGELSONG

<b>Tabelle 3.3.2</b>	<b>Rechteckquerschnitt</b>	$\sigma_{s1} = 0.80 f_{yk}$	<b>( C 16/20 – C 50/60 )</b>
$\epsilon_{clim} = -0.95 ‰$	$\xi_{lim} = 0.322$	$\zeta = 0.889$	

$$\epsilon_{s1} = 2.00 ‰$$

$$\epsilon_{c2} = 3.10 ‰$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$$A_{s2} = \frac{\omega_2 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$\mu_{Eds}$	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$
0.08	0.0898	0.0030	0.0899	0.0040	0.0900	0.0050	0.0901	0.0080
0.09	0.1004	0.0290	0.1010	0.0380	0.1018	0.0520	0.1026	0.0780
0.10	0.1109	0.0560	0.1121	0.0720	0.1135	0.0980	0.1151	0.1470
0.11	0.1214	0.0820	0.1232	0.1060	0.1253	0.1450	0.1276	0.2160
0.12	0.1319	0.1080	0.1344	0.1400	0.1370	0.1910	0.1401	0.2860
0.13	0.1425	0.1340	0.1455	0.1740	0.1488	0.2370	0.1526	0.3550
0.14	0.1530	0.1600	0.1566	0.2080	0.1606	0.2840	0.1651	0.4250
0.15	0.1635	0.1870	0.1677	0.2410	0.1723	0.3300	0.1776	0.4940
0.16	0.1741	0.2130	0.1788	0.2750	0.1841	0.3760	0.1901	0.5640
0.17	0.1846	0.2390	0.1899	0.3090	0.1959	0.4230	0.2026	0.6330
0.18	0.1951	0.2650	0.2010	0.3430	0.2076	0.4690	0.2151	0.7030
0.19	0.2056	0.2920	0.2121	0.3770	0.2194	0.5150	0.2276	0.7720
kleinere $\mu_{Eds}$ nach Tabelle 3.3.0 ohne Druckbewehrung								



VOGELSONG

<b>Tabelle 3.3.3</b>	<b>Rechteckquerschnitt</b>	$\sigma_{s1} = 0.80 f_{yk}$	<b>( C 16/20 – C 50/60 )</b>
$\epsilon_{clim} = -1.00 ‰$	$\xi_{lim} = 0.333$	$\zeta = 0.885$	

$$\epsilon_{s1} = 2.00 ‰$$

$$\epsilon_{c2} = 3.10 ‰$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$$A_{s2} = \frac{\omega_2 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
$\mu_{Eds}$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$
0.09	0.1012	0.0120	0.1015	0.0160	0.1019	0.0210	0.1022	0.0310
0.10	0.1118	0.0370	0.1127	0.0480	0.1136	0.0640	0.1147	0.0940
0.11	0.1223	0.0620	0.1238	0.0790	0.1254	0.1070	0.1272	0.1560
0.12	0.1328	0.0870	0.1349	0.1110	0.1372	0.1500	0.1397	0.2190
0.13	0.1434	0.1120	0.1460	0.1430	0.1489	0.1930	0.1522	0.2810
0.14	0.1539	0.1360	0.1571	0.1750	0.1607	0.2350	0.1647	0.3440
0.15	0.1644	0.1610	0.1682	0.2060	0.1725	0.2780	0.1772	0.4060
0.16	0.1749	0.1860	0.1793	0.2380	0.1842	0.3210	0.1897	0.4690
0.17	0.1855	0.2110	0.1904	0.2700	0.1960	0.3640	0.2022	0.5310
0.18	0.1960	0.2350	0.2015	0.3020	0.2078	0.4070	0.2147	0.5940
0.19	0.2065	0.2600	0.2127	0.3330	0.2195	0.4490	0.2272	0.6560
0.20	0.2170	0.2850	0.2238	0.3650	0.2313	0.4920	0.2397	0.7190

kleinere  $\mu_{Eds}$  nach Tabelle 3.3.0 ohne Druckbewehrung



VOGELSONG

**Tabelle 3.3.4**      **Rechteckquerschnitt**     $\sigma_{s1} = 0.80 f_{yk}$       ( C 16/20 – C 50/60 )  
 $\epsilon_{clim} = -1.10 ‰$        $\xi_{lim} = 0.355$        $\zeta = 0.878$

$$\epsilon_{s1} = 2.00 ‰$$

$$\epsilon_{c2} = 3.10 ‰$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$$A_{s2} = \frac{\omega_2 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$\mu_{Eds}$	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$
0.10	0.1137	0.0060	0.1139	0.0070	0.1140	0.0090	0.1142	0.0130
0.11	0.1242	0.0280	0.1250	0.0350	0.1258	0.0460	0.1267	0.0650
0.12	0.1348	0.0500	0.1361	0.0630	0.1376	0.0830	0.1392	0.1170
0.13	0.1453	0.0720	0.1472	0.0920	0.1493	0.1210	0.1517	0.1690
0.14	0.1558	0.0950	0.1583	0.1200	0.1611	0.1580	0.1642	0.2210
0.15	0.1663	0.1170	0.1694	0.1480	0.1728	0.1950	0.1767	0.2740
0.16	0.1769	0.1390	0.1805	0.1760	0.1846	0.2320	0.1892	0.3260
0.17	0.1874	0.1620	0.1916	0.2040	0.1964	0.2690	0.2017	0.3780
0.18	0.1979	0.1840	0.2027	0.2320	0.2081	0.3060	0.2142	0.4300
0.19	0.2084	0.2060	0.2139	0.2600	0.2199	0.3430	0.2267	0.4820
0.20	0.2190	0.2280	0.2250	0.2880	0.2317	0.3800	0.2392	0.5340
0.21	0.2295	0.2510	0.2361	0.3160	0.2434	0.4170	0.2517	0.5860
0.22	0.2400	0.2730	0.2472	0.3450	0.2552	0.4540	0.2642	0.6380
0.23	0.2506	0.2950	0.2583	0.3730	0.2670	0.4910	0.2767	0.6900
0.24	0.2611	0.3170	0.2694	0.4010	0.2787	0.5280	0.2892	0.7420
0.25	0.2716	0.3400	0.2805	0.4290	0.2905	0.5650	0.3017	0.7940

kleinere  $\mu_{Eds}$  nach Tabelle 3.3.0 ohne Druckbewehrung



VOGELSSANG

<b>Tabelle 3.3.5</b>	<b>Rechteckquerschnitt</b>	<b><math>\sigma_{s1} = 0.80 f_{yk}</math></b>	<b>( C 16/20 – C 50/60 )</b>
<b><math>\epsilon_{clim} = -1.20 ‰</math></b>	<b><math>\xi_{lim} = 0.375</math></b>	<b><math>\zeta = 0.870</math></b>	

$$\epsilon_{s1} = 2.00 ‰$$

$$\epsilon_{c2} = 3.10 ‰$$

$$f_{cd} = 0.82 \cdot f_{cm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s1} = \frac{\omega_1 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd} + N_{Ed}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$$A_{s2} = \frac{\omega_2 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{0.80 \cdot f_{yk}}$$

$\mu_{Eds}$	$d_2/d = 0.05$		$d_2/d = 0.10$		$d_2/d = 0.15$		$d_2/d = 0.20$	
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_1$	$\omega_2$
0.12	0.1369	0.0200	0.1375	0.0250	0.1381	0.0330	0.1389	0.0440
0.13	0.1474	0.0400	0.1486	0.0500	0.1499	0.0650	0.1514	0.0890
0.14	0.1580	0.0610	0.1597	0.0760	0.1617	0.0980	0.1639	0.1340
0.15	0.1685	0.0810	0.1708	0.1010	0.1734	0.1310	0.1764	0.1780
0.16	0.1790	0.1010	0.1819	0.1260	0.1852	0.1630	0.1889	0.2230
0.17	0.1895	0.1210	0.1931	0.1510	0.1970	0.1960	0.2014	0.2680
0.18	0.2001	0.1420	0.2042	0.1770	0.2087	0.2290	0.2139	0.3120
0.19	0.2106	0.1620	0.2153	0.2020	0.2205	0.2610	0.2264	0.3570
0.20	0.2211	0.1820	0.2264	0.2270	0.2323	0.2940	0.2389	0.4020
0.21	0.2317	0.2020	0.2375	0.2520	0.2440	0.3270	0.2514	0.4460
0.22	0.2422	0.2230	0.2486	0.2780	0.2558	0.3590	0.2639	0.4910
0.23	0.2527	0.2430	0.2597	0.3030	0.2676	0.3920	0.2764	0.5360
0.24	0.2632	0.2630	0.2708	0.3280	0.2793	0.4250	0.2889	0.5800
0.25	0.2738	0.2830	0.2819	0.3530	0.2911	0.4570	0.3014	0.6250
0.26	0.2843	0.3040	0.2931	0.3790	0.3029	0.4900	0.3139	0.6690
0.27	0.2948	0.3240	0.3042	0.4040	0.3146	0.5230	0.3264	0.7140
kleinere $\mu_{Eds}$ nach Tabelle 3.3.0 ohne Druckbewehrung								

Damit stehen für die meisten in der Praxis vorkommenden Fälle Bemessungshilfen zur Verfügung.



## 4. praktische Anwendung

### 4.1 Mindestbewehrung nach DIN 1045-1 13.1.1 (1)

Die nach 13.1.1 einzulegende Mindestbewehrung gilt für überwiegend biegebeanspruchte Bauteile. Sie dient gemäß [2] zur Vermeidung eines schlagartigen Versagens des Querschnitts bei Erstrißbildung. Abzudecken ist das Rißmoment  $M_{cr}$  unter Einhaltung einer Stahlspannung  $\sigma_s = f_{yk}$ , d.h. die Stahldehnung  $\epsilon_s$  kann hierbei mit 2.5 ‰ angenommen werden. Der Begriff „überwiegend biegebeanspruchte“ wird zwar nicht näher erläutert, die Vermeidung eines Erstrisses setzt jedoch voraus, daß ein Erstriss überhaupt auftreten kann, d.h.  $M_{Ed}$  im GRZ der Tragfähigkeit muß mindestens die Größenordnung von  $M_{cr}$  erreichen.

#### Bemessungsbeispiel „Mindestbewehrung“

Querschnitt  $b/h = 30 / 60$  cm Beton C 25/30  
 DIN 1045-1 Tab. 9  $f_{ctm} = 2.6$  N/mm<sup>2</sup>  
 $M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_c = 2.6 \cdot 0.30 \cdot 0.60^2 / 6 \cdot 10^3 = 46.8$  kNm  
 Bemessung :  $d_1 = 5$  cm  $d = 60 - 5 = 55$  cm  
 nach Tabelle 3.1 :  
 $f_{cd} = 0.82 \times 33 = 27.06$  N/mm<sup>2</sup>  
 $\mu_{Eds} = 46.8 / 30 / 55^2 / 27.06 \cdot 10^3 = 0.019$   
 $\Rightarrow \omega_1 = 0.020$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.020 \cdot 30 \cdot 55 \cdot 27.06 / 500 = 1.79$  cm<sup>2</sup>

Ergibt die maßgebende Kombination nach DIN 1055-100 im GZT einen Bemessungswert  $M_{Ed}$  in gleicher Größenordnung, dann wäre :

nach Tabelle 4.2 in [3] :  
 $f_{cd} = 14.2$  N/mm<sup>2</sup>  
 $\mu_{Eds} = 46.8 / 30 / 55^2 / 14.2 \cdot 10^3 = 0.0363$   
 $\Rightarrow \omega_1 = 0.037$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.0370 \cdot 30 \cdot 55 \cdot 14.2 / 435 = 1.99$  cm<sup>2</sup>

Die Mindestbewehrung ist mit dem Nachweis im GZT automatisch eingehalten, da hierbei der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_s$  ( $\sigma_s = 435$  N/mm<sup>2</sup>) zu berücksichtigen ist.

### 4.2 Spannungsnachweise nach DIN 1045-1 11.1

Wie auch Zilch/Rogge in [3] vorschlagen, ist es für die Praxis in der Regel sinnvoller, die zur Einhaltung der Spannungen erforderliche Bewehrung zu ermitteln, statt für eine vorhandene Bewehrung Spannungsnachweise zu führen. Bei Annahme linear-elastischer Spannungs-Dehnungsbeziehungen führt diese Bemessung jedoch an der Nachweisgrenze im „üblichen Hochbau“ von 15% Umlagerung zu großen Ergebnissprüngen. Die gleichen Unzulänglichkeiten treten bei nicht üblichem Hochbau generell auf. Im Vergleich zur Bemessung im GZT ergeben sich we-

sentlich größere Bewehrungen. Diese führen folglich auch im GZT zu anderen Dehnungsverteilungen, höheren Druckzonen und kleineren inneren Hebelarmen. Der Nachweis der nach DIN 1045-1 8.3 (3) einzuhaltenden Druckzonenhöhe wird verfälscht und die Rotationsfähigkeit beeinträchtigt. Im Ergebnis muß die im „üblichen Hochbau“ vorgenommene Umlagerung wieder zurückgenommen werden und der Spannungsnachweis nach DIN 1045-1 11.1 wäre dann evtl. entbehrlich.

Es wird deshalb vorgeschlagen, auch im GZG von anderen Betondruckspannungs- und Dehnungsverteilungen auszugehen und mit dem in diesem Beitrag beschriebenen Bemessungsverfahren zu bemessen. Bei Stahlspannungen von  $\sigma_s = f_{yk}$  ( $\epsilon_s = 2.5$  ‰) bzw.  $0.80 f_{yk}$  ( $\epsilon_s = 2.0$  ‰) ist diese Annahme realistischer.

#### Bemessungsbeispiel „üblicher Hochbau“

##### Nutzlast Wohnen

Stahlbetonbalken über 2 Felder  
 $b_w/h = 24 / 45$  cm  $d_1 = d_2 = 5$  cm  
 ausgerundetes Stützmoment

##### Grenzzustand der Tragfähigkeit

ohne Umlagerung  $M_{Ed} = -119.8$  kNm  
 nach Tabelle 4.2 in [3] :  
 Beton C 20/25  $f_{cd} = 11.3$  N/mm<sup>2</sup>  
 $\mu_{Eds} = 119.8 / 24 / 40^2 / 11.3 \cdot 10^3 = 0.276$   
 $\Rightarrow \omega_1 = 0.334$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.334 \cdot 24 \cdot 40 \cdot 11.3 / 437.5 = 8.3$  cm<sup>2</sup>  
 Beton C 50/60  $f_{cd} = 28.3$  N/mm<sup>2</sup>  
 $\mu_{Eds} = 119.8 / 24 / 40^2 / 28.3 \cdot 10^3 = 0.11$   
 $\Rightarrow \omega_1 = 0.117$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.117 \cdot 24 \cdot 40 \cdot 28.3 / 452 = 7.0$  cm<sup>2</sup>  
 16% Umlagerung  $M_{Ed} = -99.4$  kNm  
 Druckzonenbegrenzung nach DIN 1045-1 8.3  
 $\xi_{lim} = 0.25$   
 Beton C 20/25  
 $\Rightarrow A_{S1} = 6.40$  cm<sup>2</sup>  $A_{S2} = 1.90$  cm<sup>2</sup>  
 Beton C 50/60  
 $\Rightarrow A_{S1} = 6.00$  cm<sup>2</sup>  $A_{S2} = 0.00$  cm<sup>2</sup>

##### Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Bei 16% Umlagerung sind Spannungsnachweise  $\sigma_s \leq 0.80 f_{yk}$  und bei den Umgebungsbedingungen XD1-3 etc.  $\sigma_c \leq 0.60 f_{ck}$  zu führen. Handelte es sich um eine Dachdecke mit Kiesschüttung, müsste nach [2] auch der Spannungsnachweis  $\sigma_c \leq 0.55 f_{ck}$  geführt werden.

##### nach Zilch/Rogge [3] :

seltene Kombination  $M_{Ed} = -92.9$  kNm  
 $\sigma_s \leq 0.80 f_{yk}$  Tabelle 3.11 [3]  
 $\mu_{Eds} = 92.9 / 24 / 40^2 / 400 \cdot 10^5 = 0.605$   
 $\Rightarrow \rho_1 = 0.691$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.691 \cdot 24 \cdot 40 / 100 = 6.63$  cm<sup>2</sup>  
 $\sigma_c \leq 0.60 f_{ck}$   
 Beton C 20/25 Tabelle 3.10 [3]  
 $\mu_{Eds} = 92.9 / 24 / 40^2 / 12 \cdot 10^3 = 0.202$



## VOGELSANG

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho_1 &= 3.20 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 3.20 \cdot 24 \cdot 40 / 100 = \mathbf{30.70 \text{ cm}^2} \\ \text{oder } d_2/d &= 5 / 40 = 0.125 \\ \Rightarrow \rho_1 &= 1.5 \quad \Rightarrow \rho_2 = 1.75 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 1.50 \cdot 24 \cdot 40 / 100 = \mathbf{14.4 \text{ cm}^2} \\ \Rightarrow A_{S2} &= 1.75 \cdot 24 \cdot 40 / 100 = \mathbf{16.8 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

Beton C 50/60 Tabelle 3.8 [3]  
 $\mu_{Eds} = 92.9 / 24 / 40^2 / 30 \cdot 10^3 = 0.081$   
 $\Rightarrow \rho_1 = 0.49$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.49 \cdot 24 \cdot 40 / 100 = \mathbf{4.70 \text{ cm}^2}$

### nach Vogelsang :

$$\begin{aligned} \sigma_s &\leq 0.80 f_{yk} \text{ Tabelle 3.2} \\ \text{Beton C 20/25 } f_{cd} &= 0.82 \cdot 28 = 23 \text{ N/mm}^2 \\ \mu_{Eds} &= 92.9 / 24 / 40^2 / 23 \cdot 10^3 = 0.105 \\ \Rightarrow \omega_1 &= 0.125 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 0.125 \cdot 24 \cdot 40 \cdot 23 / 400 = \mathbf{6.90 \text{ cm}^2} \\ \text{Beton C 50/60 } f_{cd} &= 0.82 \cdot 58 = 47.6 \text{ N/mm}^2 \\ \mu_{Eds} &= 92.9 / 24 / 40^2 / 47.6 \cdot 10^3 = 0.051 \\ \Rightarrow \omega_1 &= 0.057 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 0.057 \cdot 24 \cdot 40 \cdot 47.6 / 400 = \mathbf{6.50 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_c &\leq 0.60 f_{ck} \\ \text{Beton C 20/25 } f_{cd} &= 0.82 \cdot 28 = 23 \text{ N/mm}^2 \\ \epsilon_{clim} &= -0.96 \text{ ‰ nach Tab. 2.1} \\ \Rightarrow \text{Tabelle 3.3.3} \\ \mu_{Eds} &= 92.9 / 24 / 40^2 / 23 \cdot 10^3 = 0.105 \\ \Rightarrow \omega_1 &= 0.117 \quad \Rightarrow \omega_2 = 0.049 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 0.116 \cdot 24 \cdot 40 \cdot 23 / 400 = \mathbf{6.40 \text{ cm}^2} \\ \Rightarrow A_{S2} &= 0.049 \cdot 24 \cdot 40 \cdot 23 / 400 = \mathbf{2.70 \text{ cm}^2} \\ \text{Beton C 50/60 } f_{cd} &= 0.82 \cdot 58 = 47.6 \text{ N/mm}^2 \\ \epsilon_{clim} &= -1.22 \text{ ‰ nach Tab. 2.1} \\ \Rightarrow \text{Tabelle 3.3.5} \\ \mu_{Eds} &= 92.9 / 24 / 40^2 / 47.6 \cdot 10^3 = 0.051 \\ \Rightarrow \omega_1 &= 0.056 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 0.056 \cdot 24 \cdot 40 \cdot 47.6 / 400 = \mathbf{7.40 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

An der Nachweisgrenze (15% Umlagerung) liegen die Ergebnisse der beiden Grenzzuständen in ähnlicher Größenordnung und belegen damit indirekt die Richtigkeit dieser Grenze. Eine linear-elastische Betrachtung nach [3] hat ein Vielfaches der Bewehrung mit den oben erläuterten Konsequenzen zur Folge.

### Bemessungsbeispiel „nicht üblicher Hochbau“ Nutzlast Büro und Bibliothek

Stahlbetonbalken über 2 Felder C 25/30  
 $b_w/h = 30 / 55 \text{ cm} \quad d_1 = d_2 = 5 \text{ cm}$   
 Stützmoment am Anschnitt

### Grenzzustand der Tragfähigkeit

ohne Umlagerung  $M_{Ed} = -366.1 \text{ kNm}$   
 Druckzonenbegrenzung  
 nach DIN 1045-1 8.2  $\xi_{lim} = 0.45$   
 nach Tabelle 4.9 in [3]:  $d_2/d = 0.10$   
 $\mu_{Eds} = 366.1 / 30 / 50^2 / 14.2 \cdot 10^3 = 0.344$   
 $\Rightarrow \omega_1 = 0.417 \quad \Rightarrow \omega_2 = 0.053$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.417 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 14.2 / 435.3 = \mathbf{20.4 \text{ cm}^2}$

$$\Rightarrow A_{S2} = 0.053 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 14.2 / 435.3 = \mathbf{2.6 \text{ cm}^2}$$

15% Umlagerung  $M_{Ed} = -305.2 \text{ kNm}$   
 Druckzonenbegrenzung nach DIN 1045-1 8.3  
 $\xi_{lim} = 0.263$   
 $\Rightarrow A_{S1} = \mathbf{15.7 \text{ cm}^2} \quad A_{S2} = \mathbf{6.1 \text{ cm}^2}$

### Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Bei nicht „üblichem Hochbau“ sind die Spannungsnachweise  $\sigma_s \leq 0.80 f_{yk}$  und bei hohen Dauerlastanteilen nach [2]  $\sigma_c \leq 0.55 f_{ck}$  zu führen.

### nach Zilch/Rogge [3] :

seltene Kombination  $M_{Ed} = -259.9 \text{ kNm}$   
 $\sigma_s \leq 0.80 f_{yk}$  Tabelle 3.11 [3]  
 $\mu_{Eds} = 259.9 / 30 / 50^2 / 400 \cdot 10^5 = 0.866$   
 $\Rightarrow \rho_1 = 1.01$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 0.101 \cdot 30 \cdot 50 / 100 = \mathbf{15.2 \text{ cm}^2}$

quasiständige Kombination  $M_{Ed} = -210.6 \text{ kNm}$   
 $\sigma_c \leq 0.55 f_{ck}$  Tabelle 3.10 [3]  
 $\mu_{Eds} = 210.6 / 30 / 50^2 / 13.75 \cdot 10^3 = 0.204$   
 $\Rightarrow \rho_1 = 2.5 \quad \Rightarrow \rho_2 = 0.5$   
 $\Rightarrow A_{S1} = 2.5 \cdot 30 \cdot 50 / 100 = \mathbf{37.5 \text{ cm}^2}$   
 $\Rightarrow A_{S2} = 0.5 \cdot 30 \cdot 50 / 100 = \mathbf{7.5 \text{ cm}^2}$

### nach Vogelsang :

$$\begin{aligned} \sigma_s &\leq 0.80 f_{yk} \text{ Tabelle 3.2} \\ f_{cd} &= 0.82 \cdot 33 = 27.1 \text{ N/mm}^2 \\ \mu_{Eds} &= 259.9 / 30 / 50^2 / 27.1 \cdot 10^3 = 0.1279 \\ \Rightarrow \omega_1 &= 0.155 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 0.155 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 27.1 / 400 = \mathbf{15.7 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_c &\leq 0.55 f_{ck} \quad f_{cd} = 0.82 \cdot 33 = 27.1 \text{ N/mm}^2 \\ \epsilon_{clim} &= -0.93 \text{ ‰ nach Tab. 2.1} \\ \Rightarrow \text{Tabelle 3.3.2} \\ \mu_{Eds} &= 210.6 / 30 / 50^2 / 27.1 \cdot 10^3 = 0.1036 \\ \Rightarrow \omega_1 &= 0.116 \quad \Rightarrow \omega_2 = 0.084 \\ \Rightarrow A_{S1} &= 0.116 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 27.1 / 400 = \mathbf{11.8 \text{ cm}^2} \\ \Rightarrow A_{S2} &= 0.084 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 27.1 / 400 = \mathbf{8.5 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

Zur Einhaltung der Betondruckspannung von  $0.55 f_{ck}$  ist hier die Druckzone gegenüber dem Nachweis im GZT geringfügig zu verstärken. In der Tendenz sind auch hier die Nachweisergebnisse in den Grenzzuständen übereinstimmend. Eine linear-elastische Betrachtung nach [3] führt zu einem nicht mehr konstruierbaren Ergebnis. Ein Nachweis  $\sigma_c \leq 0.45 f_{ck}$  würde zu noch höheren Bewehrungen mit dem gleichen Ergebnisunterschied zwischen den Verfahren führen.

Nach DIN 1045(88) wäre der Balken ohne Umlagerung in Beton B35 mit  $A_{S1} = 21 \text{ cm}^2$  ohne Druckbewehrung konstruierbar.



## 5. Fazit

Mit dem Vorschlag, auch im GZG bei Stahldehnungen von 2.0 bzw. 2.5 ‰ entsprechende Dehnungsverteilungen anzunehmen, wird dem gerissenen Zustand eines Querschnitts besser Rechnung getragen. Die Benutzung des Parabelrechteckdiagrammes mit einer leichten Verzerrung ist nur von untergeordneter Bedeutung, da die Grenzdehnungen betragsmäßig weit unter -2‰ liegen und die Parabel in diesem Bereich noch einen relativ linearen Verlauf hat. Entscheidender ist der größere innere Hebelarm. Die Bemessungsergebnisse bleiben im Verhältnis zum Nachweis im GZT „kompatibel“.

## Literatur

- [ 1 ] DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton  
Teil 1 : Bemessung und Konstruktion
- [ 2 ] DAfStb Heft 525 (2003) Erläuterungen zu  
DIN 1045-1
- [ 3 ] Zilch, K. und Rogge, A. : Bemessung der Stahlbeton- und Spannbetonbauteile nach DIN 1045-1.  
BK 2002 / 1 S. 217 ff

---

Neureichenau, im Januar 2006  
Dipl.-Ing. Dieter Vogelsang